הטכניון – הפקולטה למתמטיקה
חדו"א 1מ 104018
מבחן מועד א סמסטר חורף 3.2.2017

משך המבחן שלוש שעות, ללא חומר עזר (כולל מחשבונים).
במבחן 5 שאלות. יש לפתור את כולן. יש לרשום פתרונות מנומקים, **בעט כחולה או שחורה (לא אדומה)**, על גבי דפים אלו. אין לצרף מחברת נוספת או מחברת טיוטה.
מי שכותב "לא יודע" **בלבד** כתשובה לסעיף יקבל 20% מניקוד הסעיף.

בהצלחה

שאלה 1 (20%) חשבו את הגבולות הבאים אם הם קיימים, ואם הם לא קיימים, הסבירו מדוע.

א. (10%)

$$\lim_{x\to 0}(\cos(3x))^{\frac{1}{tg^2(x)}}$$

ב. (10%)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!\sin(\sqrt{n})}{(n+1)^n}$$

שאלה 2 (20%)

א. (10%) חשבו את האינטגרל

$$\int \frac{2x+1}{x^2+4x+13}\,dx$$

ב. (10%) האם הטור הבא מתכנס:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

שאלה 3 (30%) בכל סעיף של שאלה זו אפשר להשתמש בסעיף קודם, גם אם לא הוכחתם אותו.

א. (15%) צטטו והוכיחו את משפט פרמה.

ב. (10%) הוכיחו כי $\sin(x) \geq \frac{2}{\pi}x$ בקטע $[0,\frac{\pi}{2}]$.

ג. (5%) הוכיחו כי

$$\int_0^1 \sin(x^2)\,dx \geq \frac{2}{3\pi}$$

שאלה 4 (20%) ציון שאלה זו נחשב גם כציון מגן נפרד של 15%.

א. (5%) הגדירו: $\lim_{x \to a} f(x) = L$

ב. (15%) הוכיחו לפי הגדרה $\lim_{x \to 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{2}$

שאלה 5 (10%) חשבו $\sqrt{10}$ ברמת דיוק $\frac{1}{1000}$.